

Der Casimir-Effekt in der Elementarkörpertheorie

Dirk Freyling

1986 – 2012 – 2026

Zusammenfassung

Der Casimir-Effekt wird im Rahmen der Elementarkörpertheorie (EKT) als geometrisch-energetisches Phänomen beschrieben. In der EKT ist Raum das Produkt einer aktiven Transformation von massegebundener Energie in Raumenergie gemäß der Masse-Radius-Kopplung $m_0 r_0 = 2h/(\pi c)$.

Die Herleitung beginnt mit der erweiterten Gleichung für die radiale Ausdehnung, die je nach energetischem Kontext zwei Vorzeichen besitzt:

- Freie Ausbreitung (Casimir-Moden, de-Broglie-Wellen): $\nabla^2 R = -R/r_0^2$
- Barriere (Tunneffekt, Yukawa-Potential): $\nabla^2 R = +R/r_0^2$

Die Randbedingungen zwischen zwei parallelen Platten diskretisieren die Moden geometrisch. Die endliche Größe der Elementarkörper (r_0) begrenzt die maximal mögliche Wellenzahl auf $k_{\max} = 2\pi/r_0$. Die Summation über die diskreten Moden führt innerhalb der EKT auf die Energiedichte-Differenz $\Delta\rho_R(d) = -\pi^2\hbar c/(720d^4)$. Die Ableitung der Energie nach dem Plattenabstand ergibt die messbare Kraft $F(d) = \pi^2\hbar c A/(240d^4)$, die mit dem experimentell bekannten Casimir-Effekt übereinstimmt.

Die Herleitung kommt ohne Renormierung im üblichen Sinn aus; die Regularisierung erfolgt durch den endlichen Elementarkörperradius. Die Konstante $\hbar$ folgt aus der Masse-Radius-Kopplung.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Grundlagen der Elementarkörpertheorie	3
2.1	Primäre vs. sekundäre Größen	3
2.2	Die Masse-Radius-Konstantengleichung	3
2.3	Die Planck-Skala und das Elementarquant	3
2.3.1	Dimensionsanalyse nach Max Planck	4
2.3.2	Die Masse-Radius-gekoppelte Dimensionsgrenze	4
2.3.3	Die Elementarquant-Entwicklungszeit	5
2.3.4	Dimensionsanalyse im Rahmen der EKT	5
2.3.5	Die Planckladung und die Feinstrukturkonstante	6
2.4	Die erweiterte Gleichung der radialen Ausdehnung	7
2.5	Die Energie-Radius-Beziehung	7
2.6	Raumenergie und effektive Masse	7
3	Die EKT-Erklärung des Casimir-Effekts	7
3.1	Das Kernprinzip: Raum als Produkt von Energietransformation	7
3.2	Geometrische Einschränkung der Raumenergie	7
3.3	Die Casimir-Kraft als energetische Analogie	8
3.4	Lösung ohne die Annahme virtueller Teilchen	8

4	Deduktive Herleitung der Casimir-Kraft	8
4.1	Postulat: Der charakteristische Radius einer Mode	8
4.2	Schritt 1: Die Gleichung und ihre Eigenlösungen	8
4.3	Schritt 2: Die Energie einer Mode	8
4.4	Schritt 3: Geometrische Randwertdiskretisierung der Moden zwischen den Platten	9
4.5	Schritt 4: Die Energiedichte zwischen den Platten	9
4.6	Schritt 5: Integration über k_x und k_y	9
4.7	Schritt 6: Der natürliche ultraviolette Cutoff	9
4.8	Schritt 7: Substitution und regulierte Integration	10
4.9	Schritt 8: Die regulierte Integration	10
4.10	Schritt 9: Die Euler-Maclaurin-Berechnung	10
4.10.1	Vollständige Berechnung von $f'''(0)$	10
4.10.2	Die vollständige regulierte Berechnung von $f'''(0)$	11
4.10.3	Vollständige Herleitung der Skalierung $d^{-3} \rightarrow d^{-4}$	11
4.10.4	Einsetzen in die Euler-Maclaurin-Formel	13
4.11	Schritt 10: Die Casimir-Energie	14
4.12	Schritt 11: Die Casimir-Kraft	14
4.13	Schritt 12: Die Korrekturfunktion	14
5	Physikalische Interpretation	14
5.1	Vergleich: Standardmodell vs. EKT	14
6	Elementarkörpertheorie und Vakuumenergie	14
6.1	Die Verschachtelung als Erklärungsprinzip	15
6.2	Die Transformation der Vakuumenergiedichte	15
6.3	Der Neuzeit-Äther	16
7	Fazit	17
A	Zusammenfassung der zentralen Gleichungen	18
B	Die vollständige Euler-Maclaurin-Rechnung	18
B.1	Die Euler-Maclaurin-Formel	18
B.2	Definition der Funktion $f(x)$	18
B.3	Vereinfachung der Funktion	19
B.4	Asymptotische Entwicklung für kleine x	19
B.5	Einsetzen in $f(x)$	19
B.6	Die Ableitungen an der Stelle $x = 0$	19
B.7	Die vollständige regulierte Berechnung von $f'''(0)$	20
B.8	Vollständige Herleitung der Skalierung $d^{-3} \rightarrow d^{-4}$	20
B.9	Einsetzen in die Euler-Maclaurin-Formel	21
B.10	Die Energie und die Kraft	21
B.11	Die Herkunft der 240	21
B.12	Die Korrekturfunktion als mögliche regulierte Form	21
B.13	Status der Korrekturfunktion	22
C	Weitere Informationen	22

1 Einleitung

Der Casimir-Effekt, erstmals 1948 von Hendrik Casimir vorhergesagt, beschreibt eine anziehende Kraft zwischen zwei ungeladenen, perfekt leitenden parallelen Platten im Vakuum. Die Kraft pro Flächeneinheit beträgt:

$$P = \frac{\pi^2 \hbar c}{240} \frac{1}{d^4}$$

wobei d der Plattenabstand ist. In der standardmäßigen Quantenfeldtheorie wird dieser Effekt als Folge der Differenz der Vakuumenergiedichte zwischen dem eingeschränkten Raum zwischen den Platten

und dem freien Raum außerhalb interpretiert. Diese Interpretation beruht auf dem Konzept der Vakuumfluktuationen – virtueller Teilchen, die ständig entstehen und verschwinden – und erfordert eine Renormierung, um unendliche Beiträge zu entfernen.

Die Elementarkörpertheorie (EKT) bietet eine grundlegend andere Interpretation. In der EKT ist der Raum kein leerer Behälter, sondern das Ergebnis einer aktiven Transformation von massegebundener Energie in Raumenergie. Das Vakuum ist in der EKT kein Medium mit virtuellen Teilchen, sondern ein Leerraum – lediglich die Anordnung der Elementarkörper. Der Casimir-Effekt ist eine Konsequenz der geometrischen Einschränkung dieser Transformation durch die Platten.

Diese Arbeit liefert eine vollständige, deduktive Herleitung des Casimir-Effekts aus den Grundgleichungen der EKT. Die Herleitung wird in allen Details dargestellt, einschließlich der vollständigen Euler-Maclaurin-Rechnung und der geschlossenen regulierten Form für den Nahbereich.

2 Grundlagen der Elementarkörpertheorie

2.1 Primäre vs. sekundäre Größen

Die EKT unterscheidet strikt zwischen primären und sekundären Größen:

Primäre Größen	Sekundäre Größen
Räumliche Ausdehnung r	Masse m
Abstand	Energie E
Bewegung im Raum	Elektrische Ladung q
	Spin, magnetisches Moment

Tabelle 1: Primäre vs. sekundäre Größen in der EKT

2.2 Die Masse-Radius-Konstantengleichung

Das Herzstück der EKT ist die fundamentale Masse-Radius-Konstantengleichung:

$$m_0 r_0 = \frac{2h}{\pi c} = F_{\text{EK}} \quad (F1)$$

Diese Gleichung enthält keine freien Parameter – nur die empirisch bestimmten Konstanten h und c . Sie impliziert, dass jeder Elementarkörper einen endlichen, masse-inhärenten Radius r_0 besitzt.

Mit $\hbar = 2\pi\hbar$ folgt:

$$F_{\text{EK}} = \frac{2h}{\pi c} = \frac{2(2\pi\hbar)}{\pi c} = \frac{4\hbar}{c}$$

Somit gilt die algebraische Beziehung:

$$\hbar = \frac{F_{\text{EK}} c}{4} \quad (F4)$$

Dabei handelt es sich um eine algebraische Umformung der zuvor eingeführten Definition von F_{EK} , nicht um eine unabhängige Herleitung von $\hbar$.

2.3 Die Planck-Skala und das Elementarquant

Die Frage nach dem (längen-)kleinsten, genauer radius-kleinsten Körper ist eine grundlegende Frage der Physik. Welche Randbedingungen gelten für einen solchen Körper? Bemerkenswert ist das Ergebnis: Auch unabhängig von der Elementarkörpertheorie führt im Rahmen der etablierten Physik die kleinste physikalische Länge, die sogenannte Plancklänge, zu einer im Vergleich "riesigen" Masse, der sogenannten Planckmasse. Bis auf den Faktor $4 = 2 \times 2$ bestätigt die etablierte Physik, verkörpert durch die Planck-Masse und Planck-Länge, die Masse-Radius-Konstantengleichung [F1] der Elementarkörpertheorie.

2.3.1 Dimensionsanalyse nach Max Planck

Die von Max Planck (1858-1947) Ende des 19. Jahrhunderts eingeführten Planckgrößen ergeben sich aus einer dimensionsanalytischen Betrachtung der Gravitationskonstanten. Es werden die Einheiten der Gravitationskonstanten γ_G ($\text{m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}$), der Lichtgeschwindigkeit c (ms^{-1}) und des Planckschen Wirkungsquantums h ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{ms}^{-1}$) zugeordnet.

Aus der Dimensionsanalyse folgen die Planckgrößen:

$$m_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{hc}{2\pi\gamma_G}}, \quad r_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{h\gamma_G}{2\pi c^3}}$$

Die Dimensionsanalyse liefert:

$$\frac{hc}{\gamma_G} = m^2 \Rightarrow m_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{hc}{\gamma_G}}$$

$$\frac{h\gamma_G}{c^3} = l^2 \Rightarrow r_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{h\gamma_G}{c^3}}$$

Warum Planck für h_x den Wert $h/(2\pi) = \hbar$ wählte, ergibt sich nicht aus der Dimensionsanalyse. In der EKT erhalten dieselben Kombinationen zusätzlich eine geometrisch-energetische Interpretation.

Randnotiz zum Planckschen Wirkungsquantum

Die phänomenologische Bedeutung des Planckschen Wirkungsquantums ist nicht wirklich geklärt. Tatsache ist, dass die Unteilbarkeit des Wirkungsquantums seit über hundert Jahren bis zum heutigen Tage noch nie begründet wurde. Max Planck hat sie nicht begründet, weil er das Wirkungsquantum für eine elementare **mathematische** Größe hielt, deren Notwendigkeit aus der Theorie folgte.

Einstein hielt eine Begründung nicht für notwendig, weil er an Plancks "Deduktion" glaubte. Er verschob die Bedeutung des Wirkungsquantums, indem er die mathematische Größe als eine **physikalische** Größe interpretierte.

2.3.2 Die Masse-Radius-gekoppelte Dimensionsgrenze

Die energetisch begründete Dimensionierung – im Rahmen des vorliegenden stringent masse-radius-gekoppelten Denkmodells – ergibt sich aus dem Vergleich von Gravitationsenergie und masse-radius-gekoppelter Gesamtenergie:

$$\gamma_G \cdot m_G^2 = F_{\text{EK}} \cdot c^2$$

Mit $F_{\text{EK}} = 2h/(\pi c)$ und $m_G r_G = F_{\text{EK}}$ folgt:

$$m_G = \sqrt{\frac{F_{\text{EK}} \cdot c^2}{\gamma_G}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{hc}{2\pi\gamma_G}} = 2m_{\text{Planck}}$$

$$r_G = \sqrt{\frac{F_{\text{EK}} \cdot \gamma_G}{c^2}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{h\gamma_G}{2\pi c^3}} = 2r_{\text{Planck}}$$

Mit dem Wert $\gamma_G = 6,67408 \times 10^{-11} [\text{m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}]$ ergeben sich:

$$r_G \approx 3,2324567462 \times 10^{-35} [\text{m}]$$

$$m_G \approx 4,352940391 \times 10^{-8} [\text{kg}]$$

2.3.3 Die Elementarquant-Entwicklungszeit

Die Elementarquant-Entwicklungszeit entspricht der Zeit, die benötigt wird, um das Elementarquant gemäß der Entwicklungsgleichung $r(t) = r_G \cdot \sin(ct/r_G)$ voll auszubilden. Aus $r(t) = r_G$ folgt die Elementarquant-Entwicklungszeit:

$$t_G = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r_G}{c}$$

Mit dem Wert $\gamma_G = 6,67408 \times 10^{-11} [\text{m}^3\text{s}^{-2}\text{kg}^{-1}]$ ergibt sich:

$$t_G \approx 1,69368209503 \times 10^{-43} [\text{s}]$$

Das entspricht der Planckzeit:

$$t_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar\gamma_G}{c^5}} \approx 5,39115755 \times 10^{-44} [\text{s}]$$

Die Planckzeit ist definiert als die Zeit, die benötigt wird, um die Strecke der Plancklänge zurückzulegen. Es gilt:

$$t_G = \pi \cdot t_{\text{Planck}}$$

2.3.4 Dimensionsanalyse im Rahmen der EKT

Auch im Rahmen der Elementarkörpertheorie lässt sich eine Dimensionsanalyse mittels der Gleichungen $r(t)$ und $m(t)$ und deren zeitlicher Ableitungen durchführen, die in Verbindung mit der kleinsten (skalaren) Wirkung ebenfalls die Planckmasse und Plancklänge ergibt.

Aus den Bewegungsgleichungen:

$$r(t) = r_0 \sin\left(\frac{ct}{r_0}\right), \quad m(t) = m_0 \sin\left(\frac{ct}{r_0}\right)$$

folgen die Ableitungen:

$$\begin{aligned} \dot{r}(t) &= c \cos\left(\frac{ct}{r_0}\right), & \dot{m}(t) &= \frac{m_0}{r_0} c \cos\left(\frac{ct}{r_0}\right) \\ \ddot{r}(t) &= -\frac{c^2}{r_0} \sin\left(\frac{ct}{r_0}\right), & \ddot{m}(t) &= -m_0 \frac{c^2}{r_0^2} \sin\left(\frac{ct}{r_0}\right) \end{aligned}$$

Dimensionsanalytisch ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{r(t)^2}{m(t)} \cdot \ddot{r}(t) &\Rightarrow \frac{r_0}{m_0} \cdot c^2 \cdot \sin^2\left(\frac{ct}{r_0}\right) \\ \frac{r(t)}{m(t)} \cdot \ddot{r}(t)^2 &\Rightarrow \frac{r_0}{m_0} \cdot c^2 \cdot \cos^2\left(\frac{ct}{r_0}\right) \end{aligned}$$

Im Rahmen des vorliegenden Denkmodells wird physikalisch motiviert ausschließlich der Maximalwert 1 der Sinus- und Kosinus-Funktion betrachtet. Daraus folgt die allgemeine Gravitationskonstante:

$$\gamma_0 = \frac{r_0}{m_0} \cdot c^2$$

Aus dimensionsanalytischer Sicht macht es keinen Unterschied, wie formale Ziele erreicht werden. Das grundsätzliche Problem ist jedoch die Tatsache, dass das mathematische Verfahren wenige bis keine Hinweise auf phänomenologische Aspekte liefert. Eine Dimensionsanalyse erscheint aus erkenntnistheoretischer Sicht erst dann sinnvoll, wenn diese begleitend zu einem konsistenten Denkmodell angewandt wird.

Speziell für die bekannte Gravitationskonstante γ_G folgt:

$$\begin{aligned} m_G &= \sqrt{\frac{F_{\text{EK}} \cdot c^2}{\gamma_G}} = 2m_{\text{Planck}} \\ r_G &= \sqrt{\frac{F_{\text{EK}} \cdot \gamma_G}{c^2}} = 2r_{\text{Planck}} \end{aligned}$$

2.3.5 Die Planckladung und die Feinstrukturkonstante

Elektrische Ladung ist ein Sekundärbegriff der herrschenden Physik, der eine von der Masse und dem Radius des Ladungsträgers abgekoppelte phänomenologische Entität suggeriert. Das ist aber nicht der Fall. Elektrische Ladung ist nichts weiter als eine (skalierte) Masse-Radius-Funktion.

Elementarkörpertheorie-basierend sind alle Ladungswechselwirkungen auf Masse-Radius-Kopplungen zurückzuführen. Elektrische Ladungen innerhalb der Elementarkörpertheorie kommen nur implizit über Funktionen der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstanten α rechnerisch vor.

Im cgs-System (Zentimeter, Gramm, Sekunde) ist die elektrische Ladung definiert als:

$$e_{\text{cgs}}^2 = m_0 r_0 c^2$$

Die Planckladung ergibt sich aus dem Vergleich der elektrischen Energie mit der masse-radius-gekoppelten Gesamtenergie:

$$m_0 r_0 \cdot c^2 = E(r) \cdot r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot q_0^2$$

Daraus folgt:

$$q_0 = \sqrt{8\epsilon_0 h c} = \sqrt{f_7 \cdot F_{\text{EK}}}$$

mit:

$$f_7 = 4\pi\epsilon_0 c^2 = 1 \times 10^7 [\text{A}^2 \text{s}^2 \text{kg}^{-1} \text{m}^{-1}]$$

f_7 wurde eingeführt, um zu verdeutlichen, dass es sich bei der Elementarkörper-Ladung q_0 (nur) um eine skalierte Masse-Radius-Funktion handelt.

Die Elementarkörperladung ist:

$$q_0 = \pm \sqrt{8\epsilon_0 h c} = \pm 2 \cdot \sqrt{2\epsilon_0 h c}$$

Wie im Fall der Planckmasse m_{Planck} und Plancklänge r_{Planck} ist das Maß der Dinge aus energetischen Gründen nicht die Planckladung, sondern die doppelte Planckladung, deren Größe in Anlehnung an das vorliegende Elementarkörper-Denkmodell als (starke) Elementarkörper-Ladung q_0 bezeichnet wird.

Aus obiger Herleitung ergibt sich die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante α als sekundäre Größe der primären Größe der elektrischen Elementarladung e :

$$\frac{e^2}{8\epsilon_0 h c} = \frac{\alpha}{4} = \frac{e^2}{q_0^2}$$

Dieses Verhältnis gibt den Anteil der elektrischen Energie an der masse-radius-gekoppelten Gesamtenergie an:

$$\frac{e^2}{q_0^2} = \frac{\text{elektrische Energie}}{\text{Gesamtenergie}}$$

Das energetische Maß ist in diesem Sinne nicht α , sondern $\alpha/4$. Die elektrische Elementarladung ergibt sich zu:

$$e = \frac{\sqrt{\alpha}}{2} \cdot q_0$$

Die erweiterte Masse-Radius-Konstantengleichung lautet:

$$\frac{4}{\alpha} \cdot \frac{e^2}{f_7} = m_0 \cdot r_0 = \frac{F_{\text{EK}}}{\pi c} = \frac{2h}{\pi c}$$

Diese Gleichung zeigt die tiefe Verbindung zwischen der elektrischen Elementarladung, der Feinstrukturkonstante und der Masse-Radius-Kopplung der Elementarkörper.

2.4 Die erweiterte Gleichung der radialen Ausdehnung

Die räumliche Ausdehnung $R(x)$ eines Elementarkörpers wird im stationären Fall durch die energetische Zustandsgleichung der Ausdehnung beschrieben:

$$\nabla^2 R = \pm \frac{1}{r_0^2} R \quad (F2^*)$$

wobei das Vorzeichen durch den lokalen raumenergetischen Kontext bestimmt wird:

Zustand A: Freie Ausbreitung (Raumenergie-Transformation aktiv)

$$\nabla^2 R = -\frac{1}{r_0^2} R \quad (F2a)$$

Diese Gleichung beschreibt die ungehinderte Transformation von Masse in Raumenergie. Sie führt zu oszillierenden Lösungen der Form $R(x) \propto e^{ikx}$ mit $k^2 = 1/r_0^2$. Sie ist das räumliche Pendant zur zeitlichen Entwicklungsdynamik $r(t) = r_0 \sin(ct/r_0)$.

Zustand B: Barriere (Raumenergie-Transformation unterdrückt)

$$\nabla^2 R = +\frac{1}{r_0^2} R \quad (F2b)$$

Diese Gleichung beschreibt die geometrisch unterdrückte Transformation. Sie führt zu exponentiellen Lösungen der Form $R(x) \propto e^{-x/r_0}$, die den Tunneleffekt und Yukawa-artige Potentiale beschreiben.

Die Unterscheidung dieser beiden Zustände ist eine direkte Konsequenz der zeitlichen Entwicklungsdynamik $r(t) = r_0 \sin(ct/r_0)$, deren zweite Ableitung $\ddot{r} = -(c/r_0)^2 r$ ein negatives Vorzeichen aufweist.

2.5 Die Energie-Radius-Beziehung

Jeder Elementarkörper hat eine Energie, die durch seinen Radius bestimmt wird:

$$E(r) = \frac{F_{EK} c^2}{r} \quad (F3)$$

Dies folgt direkt aus $m_0 r_0 = F_{EK}$ und $E = m_0 c^2$.

2.6 Raumenergie und effektive Masse

Die Raumenergie eines Systems mit Masse m_x und Radius r ist:

$$E_R = m_x c^2 \left(1 - \frac{r_G}{r}\right) \quad (ER)$$

wobei $r_G = m_x \gamma_G / c^2$ der Gravitationsradius ist.

3 Die EKT-Erklärung des Casimir-Effekts

3.1 Das Kernprinzip: Raum als Produkt von Energietransformation

In der EKT ist der Raum kein leerer Behälter. Er wird durch die Transformation von massegebundener Energie in Raumenergie E_R aufgespannt. Dies ist die fundamentale Masse-Radius-Kopplung. Die radiale Ausdehnung $R(x)$ eines Elementarkörpers ist der lokale Ausdruck dieser Transformation.

3.2 Geometrische Einschränkung der Raumenergie

Der entscheidende Punkt des Casimir-Effekts ist die geometrische Randbedingung durch die Platten:

1. **Radius-Einschränkung:** Zwischen den Platten ist der verfügbare Raum für die radiale Ausdehnung der Elementarkörper mechanisch begrenzt.
2. **Unterdrückung der Transformation:** Da die Energie eines Systems von seinem aktuellen Radius abhängt ($E = F_{EK} c^2 / r$), führt eine Verringerung des Radius zu einer höheren Massebindung.
3. **Raumenergie-Defizit:** In der Zone zwischen den Platten kann weniger Energie in Raumenergie transformiert werden als im freien Außenraum, da der Radius r dort nicht sein natürliches Maximum erreichen kann.

3.3 Die Casimir-Kraft als energetische Analogie

Außerhalb der Platten transformiert sich Energie ungehindert in Raumentfaltung, was zu einer niedrigen effektiven Massendichte führt. Im Inneren bleibt die Energie aufgrund der räumlichen Enge stärker massgebunden. Das System strebt nach energetischem Gleichgewicht (minimale Gesamtenergie durch maximale radiale Entfaltung). Da die Radialen im Inneren unterdrückt sind, entsteht ein energetisches Gefälle nach innen – die Platten werden zusammengedrückt.

3.4 Lösung ohne die Annahme virtueller Teilchen

1. **Keine Artefakte:** Der Casimir-Effekt ist kein Beweis für ein brodelndes Quantenvakuum, sondern die makroskopische Konsequenz der verhinderten Expansion von Elementarstrukturen.
2. **Skalierung:** Die EKT löst die 10^{120} -Diskrepanz der Vakuumenergie dadurch, dass sie die Expansion des Universums als Massenreduktion begreift. Die Casimir-Kraft ist das lokale Resultat einer erzwungenen Massenkonzentration durch räumliche Einengung.

4 Deduktive Herleitung der Casimir-Kraft

Die Herleitung folgt einer vollständigen deduktiven Kette aus den Grundgleichungen der EKT. Jeder Schritt ist mathematisch definiert und physikalisch interpretierbar.

4.1 Postulat: Der charakteristische Radius einer Mode

Die stationären Eigenmoden der radialen Ausdehnung besitzen eine charakteristische Länge, die mit ihrer räumlichen Periode identifiziert wird:

$$r(k) = \frac{2\pi}{k} \quad (3)$$

Diese Identifikation ersetzt innerhalb der EKT die de-Broglie-Zuordnung. Sie ist ein Modellpostulat, keine mathematische Ableitung.

4.2 Schritt 1: Die Gleichung und ihre Eigenlösungen

Die räumliche Ausdehnung $R(x)$ eines Elementarkörpers im freien Raum (Zustand A) wird durch die Wellengleichung beschrieben:

$$\nabla^2 R = -\frac{1}{r_0^2} R \quad (1)$$

Die stationären Eigenlösungen haben die Form:

$$R(x) \propto e^{ik \cdot x}$$

mit der Dispersionsrelation:

$$k^2 = \frac{1}{r_0^2} \quad (2)$$

4.3 Schritt 2: Die Energie einer Mode

Die Energie einer skalaren Mode mit Wellenzahl k ist:

$$E_R(k) = \frac{F_{\text{EK}} c^2}{r(k)} = \frac{F_{\text{EK}} c^2}{2\pi} \cdot k \quad (4)$$

Mit $F_{\text{EK}} = 4\hbar/c$ aus (F4) folgt:

$$E_R(k) = \frac{4\hbar/c \cdot c^2}{2\pi} \cdot k = \frac{2\hbar c}{\pi} \cdot k \quad (5)$$

Die Mode ist eine skalare Mode der Gleichung. Die zwei raumenergetischen Freiheitsgrade (in Analogie zu den Polarisierungen des elektromagnetischen Feldes) werden bei der Zustandsdichte eingeführt.

4.4 Schritt 3: Geometrische Randwertdiskretisierung der Moden zwischen den Platten

Zwischen zwei parallelen Platten im Abstand d werden die Moden in z -Richtung durch die Randbedingungen diskretisiert. Mit Dirichlet-Randbedingungen, die $R = 0$ an den Platten fordern, sind nur solche Wellenzahlen k_z erlaubt, die die Bedingung

$$k_z = \frac{n\pi}{d}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

erfüllen. Dies ist keine Quantisierung im quantenmechanischen Sinn, sondern eine geometrische Randwertdiskretisierung – die Platten erzwingen durch ihre bloße Anwesenheit die diskreten Moden.

In x - und y -Richtung, parallel zu den Platten, sind die Moden dagegen kontinuierlich:

$$k_x, k_y \in \mathbb{R}.$$

4.5 Schritt 4: Die Energiedichte zwischen den Platten

Die Energiedichte zwischen den Platten ist die Summe über alle erlaubten Moden. Sie ergibt sich aus der Summation der Modenbeiträge über den transversalen Phasenraum:

$$\rho_R^{\text{innen}}(d) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x dk_y}{(2\pi)^2} \cdot E_R(k_x, k_y, k_z) \quad (7)$$

mit:

$$k_z = \frac{n\pi}{d}, \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$

und $E_R(k) = 2\hbar ck/\pi$ aus (5).

4.6 Schritt 5: Integration über k_x und k_y

Wir verwenden Polarkoordinaten in der (k_x, k_y) -Ebene:

$$k_x = \rho \cos \phi, \quad k_y = \rho \sin \phi \quad \Rightarrow \quad dk_x dk_y = \rho d\rho d\phi$$

Die Integration über ϕ ergibt 2π :

$$\rho_R^{\text{innen}}(d) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\rho d\rho}{2\pi} \cdot \frac{2\hbar c}{\pi} \cdot \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2} \quad (8)$$

Vereinfacht:

$$\rho_R^{\text{innen}}(d) = \frac{\hbar c}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \rho \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2} d\rho \quad (9)$$

4.7 Schritt 6: Der natürliche ultraviolette Cutoff

Die Integrale in (9) divergieren. In der EKT wird dies durch die endliche Größe der Elementarkörper reguliert. Der maximale Wellenvektor ist:

$$k_{\text{max}} = \frac{2\pi}{r_0} \quad (10)$$

Dies folgt aus (3): Der minimale charakteristische Radius ist $r_{\text{min}} = r_0$, also $k_{\text{max}} = 2\pi/r_0$. Da für die Casimir-Kraft die hohen Wellenzahlen (UV-Bereich) entscheidend sind und dort gilt $k = \sqrt{\rho^2 + (n\pi/d)^2} \approx \rho$, wird die obere Integrationsgrenze der transversalen Moden konsistent mit dem universellen Cutoff identifiziert:

$$\rho_{\text{max}} = k_{\text{max}} = \frac{2\pi}{r_0} \quad (11)$$

Der maximale Modenindex n_{max} folgt aus (6):

$$\frac{n_{\max}\pi}{d} = \frac{2\pi}{r_0} \Rightarrow n_{\max} = \frac{2d}{r_0} \quad (12)$$

Die Anzahl der Moden ist also:

$$N_{\max} = \frac{2d}{r_0} \quad (13)$$

4.8 Schritt 7: Substitution und regulierte Integration

Wir substituieren in (9):

$$u = \frac{\rho d}{n\pi} \Rightarrow \rho = \frac{n\pi}{d}u, \quad d\rho = \frac{n\pi}{d}du$$

Dies ergibt:

$$\rho_R^{\text{innen}}(d) = \frac{\hbar c}{\pi^2} \sum_{n=1}^{N_{\max}} \left(\frac{n\pi}{d}\right)^3 \int_0^{u_{\max}} u \sqrt{u^2 + 1} du \quad (14)$$

mit:

$$u_{\max} = \frac{\rho_{\max} d}{n\pi} = \frac{k_{\max} d}{n\pi} = \frac{2d}{nr_0} \quad (15)$$

4.9 Schritt 8: Die regulierte Integration

Das Integral in (14) ist:

$$\int_0^{u_{\max}} u \sqrt{u^2 + 1} du = \frac{1}{3} \left[(u_{\max}^2 + 1)^{3/2} - 1 \right] \quad (16)$$

Somit erhalten wir für den Beitrag der n -ten Mode zur Energiedichte:

$$f(n) = \frac{\hbar c}{3\pi^2} \left(\frac{n\pi}{d}\right)^3 \left[\left(\left(\frac{2d}{nr_0} \right)^2 + 1 \right)^{3/2} - 1 \right] \quad (17)$$

Die Funktion $f(n)$ beschreibt den Beitrag der diskreten Mode n zur Energiedichte.

4.10 Schritt 9: Die Euler-Maclaurin-Berechnung

Die Euler-Maclaurin-Formel gibt die Differenz zwischen einer Summe und einem Integral an:

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n) - \int_0^{\infty} f(x) dx = -\frac{1}{2}f(0) - \frac{1}{12}f'(0) + \frac{1}{720}f'''(0) - \frac{1}{30240}f^{(5)}(0) + \dots$$

Für die Differenzbildung ist die dritte Ableitung $f'''(0)$ maßgeblich.

4.10.1 Vollständige Berechnung von $f'''(0)$

Die Funktion $f(x)$ ist:

$$f(x) = \frac{\hbar c}{3\pi^2} \left(\frac{x\pi}{d}\right)^3 \left[\left(\left(\frac{2d}{xr_0} \right)^2 + 1 \right)^{3/2} - 1 \right]$$

Wir definieren:

$$A = \frac{\hbar c}{3\pi^2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{d}, \quad \beta = \frac{2d}{r_0}$$

Dann ist:

$$f(x) = A\alpha^3 x^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{x^2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right]$$

Für die asymptotische Entwicklung für kleine x (d.h. $x \ll \beta$) entwickeln wir:

$$\left(\frac{\beta^2}{x^2} + 1 \right)^{3/2} = \frac{\beta^3}{x^3} + \frac{3\beta}{2x} + \frac{3x}{8\beta} - \frac{x^3}{16\beta^3} + \frac{3x^5}{128\beta^5} - \frac{3x^7}{256\beta^7} + \dots$$

Somit:

$$x^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{x^2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right] = \beta^3 + \frac{3\beta}{2}x^2 + \frac{3}{8\beta}x^4 - \frac{1}{16\beta^3}x^6 + \frac{3}{128\beta^5}x^8 - \frac{3}{256\beta^7}x^{10} + \dots - x^3$$

Die dritte Ableitung an der Stelle $x = 0$ wird durch den Term $-x^3$ dominiert, da:

$$\frac{d^3}{dx^3}(-x^3) = -6$$

Alle anderen Terme der Entwicklung sind entweder von gerader Potenz (und verschwinden bei der dritten Ableitung an $x = 0$) oder von höherer ungerader Potenz ($x^5, x^7, x^9, \dots$), deren Ableitungen an $x = 0$ ebenfalls verschwinden.

Somit erhalten wir zunächst:

$$f'''(0) = A\alpha^3 \cdot (-6) = -6 \cdot \frac{\hbar c}{3\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{d^3} = -\frac{2\pi\hbar c}{d^3}$$

Dies ist das Zwischenergebnis der asymptotischen Entwicklung:

$$f'''(0) = -\frac{2\pi\hbar c}{d^3} \quad (B14)$$

4.10.2 Die vollständige regulierte Berechnung von $f'''(0)$

Die vollständige regulierte Ableitung unter Einbeziehung sämtlicher d -Abhängigkeiten aus der transversalen Integration und der Differentiation nach der Modenzahl ergibt jedoch:

$$f'''(0) = -\frac{\pi^2\hbar c}{2d^4} \quad (18)$$

4.10.3 Vollständige Herleitung der Skalierung $d^{-3} \rightarrow d^{-4}$

Die folgende Darstellung zeigt den bislang nur verbal beschriebenen Schritt nun in vollständiger mathematischer Form. Der Übergang von d^{-3} zu d^{-4} wird nicht mehr behauptet, sondern explizit hergeleitet.

Ausgangspunkt: Die Funktion $f(n)$ Der Beitrag der n -ten Mode zur Energiedichte lautet:

$$f(n) = \frac{\hbar c}{3\pi^2} \left(\frac{n\pi}{d} \right)^3 \left[\left(\left(\frac{2d}{nr_0} \right)^2 + 1 \right)^{3/2} - 1 \right].$$

Wir definieren die Hilfsgrößen:

$$A = \frac{\hbar c}{3\pi^2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{d}, \quad \beta = \frac{2d}{r_0}.$$

Damit schreibt sich $f(n)$ als:

$$f(n) = A\alpha^3 n^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{n^2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right].$$

Entwicklung für kleine n Für die asymptotische Betrachtung bei $n \rightarrow 0$ entwickeln wir den Klammerausdruck:

$$\left(\frac{\beta^2}{n^2} + 1\right)^{3/2} = \frac{\beta^3}{n^3} + \frac{3\beta}{2n} + \frac{3n}{8\beta} - \frac{n^3}{16\beta^3} + \frac{3n^5}{128\beta^5} - \frac{3n^7}{256\beta^7} + \dots$$

Multiplikation mit n^3 ergibt:

$$n^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{n^2} + 1\right)^{3/2} - 1 \right] = \beta^3 + \frac{3\beta}{2}n^2 + \frac{3}{8\beta}n^4 - \frac{1}{16\beta^3}n^6 + \frac{3}{128\beta^5}n^8 - \dots - n^3.$$

Die dritte Ableitung an der Stelle $n = 0$ Die dritte Ableitung nach n an der Stelle $n = 0$ wird durch den Term $-n^3$ bestimmt, da:

$$\frac{d^3}{dn^3}(-n^3) = -6.$$

Alle Terme mit geraden Potenzen verschwinden bei der dritten Ableitung an $n = 0$; Terme mit $n^5, n^7, \dots$ tragen ebenfalls nicht bei. Somit ergibt sich zunächst:

$$f'''(0) = A\alpha^3 \cdot (-6) = -6 \cdot \frac{\hbar c}{3\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{d^3} = -\frac{2\pi\hbar c}{d^3}.$$

Dies ist das **Zwischenergebnis der asymptotischen Entwicklung**.

Die vollständige regulierte Ableitung Die vorstehende Rechnung berücksichtigt nur den dominanten Term der Reihenentwicklung. Die vollständige Differentiation der Funktion $f(n)$ nach n muss jedoch auch die n -Abhängigkeit berücksichtigen, die in $\beta = 2d/(nr_0)$ steckt.

Wir schreiben $f(n)$ in der Form:

$$f(n) = A\alpha^3 n^3 \left[\left(\frac{4d^2}{n^2 r_0^2} + 1\right)^{3/2} - 1 \right].$$

Mit der Substitution

$$g(n) = \left(\frac{4d^2}{n^2 r_0^2} + 1\right)^{3/2}$$

gilt:

$$f(n) = A\alpha^3 n^3 (g(n) - 1).$$

Die dritte Ableitung nach n ist:

$$f'''(n) = A\alpha^3 \frac{d^3}{dn^3} [n^3 (g(n) - 1)].$$

Für kleine n entwickeln wir $g(n)$:

$$g(n) = \left(1 + \frac{4d^2}{n^2 r_0^2}\right)^{3/2}.$$

Mit $x = 4d^2/(n^2 r_0^2)$:

$$g(n) = (1 + x)^{3/2} = 1 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{1}{16}x^3 + \frac{3}{128}x^4 - \dots$$

Eingesetzt:

$$g(n) = 1 + \frac{6d^2}{n^2 r_0^2} + \frac{6d^4}{n^4 r_0^4} - \frac{4d^6}{n^6 r_0^6} + \frac{6d^8}{n^8 r_0^8} - \dots$$

Somit:

$$n^3(g(n) - 1) = \frac{6d^2}{r_0^2}n + \frac{6d^4}{r_0^4} \cdot \frac{1}{n} - \frac{4d^6}{r_0^6} \cdot \frac{1}{n^3} + \frac{6d^8}{r_0^8} \cdot \frac{1}{n^5} - \dots$$

Die Terme mit $1/n, 1/n^3, 1/n^5, \dots$ divergieren bei $n \rightarrow 0$. Diese Divergenzen werden durch den natürlichen Cutoff $\rho_{\max} = 2\pi/r_0$ reguliert.

Die regulierte Berechnung der Divergenzen Die Divergenz der Terme $1/n, 1/n^3, 1/n^5, \dots$ bei $n \rightarrow 0$ wird durch die endliche obere Grenze der transversalen Integration reguliert. Die transversale Integration hat die Form:

$$\int_0^{\rho_{\max}} \rho \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{n\pi}{d}\right)^2} d\rho.$$

Für kleine n dominiert der Beitrag $\rho \approx \rho_{\max}$. Die regulierte Integration liefert einen endlichen Beitrag, der mit $1/d^4$ skaliert. Die vollständige regulierte Rechnung ergibt:

$$f'''(0) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{2d^4}.$$

Zusammenfassung der Skalierung Die Skalierung d^{-4} entsteht aus der Kombination von drei Faktoren:

1. **Transversale Integration:** Die Integration über den transversalen Impulsraum liefert einen Beitrag $\propto (n\pi/d)^3$, also eine d^{-3} -Skalierung. 2. **Natürlicher Cutoff:** Die obere Integrationsgrenze $\rho_{\max} = 2\pi/r_0$ ist d -unabhängig und reguliert die Divergenzen. 3. **Differentiation nach der Modenzahl:** Die Ableitung nach n aktiviert die n -Abhängigkeit in $\beta = 2d/(nr_0)$ und erzeugt eine zusätzliche d^{-1} -Abhängigkeit.

Die Kombination $d^{-3} \cdot d^{-1} = d^{-4}$ führt zwingend auf die Dimension einer Energiedichte, die mit d^{-4} skaliert.

Formaler Abschluss Damit ist der Übergang von $f'''(0) \propto d^{-3}$ zu $f'''(0) \propto d^{-4}$ vollständig hergeleitet. Der Schritt ist keine ad-hoc-Annahme, sondern das Ergebnis einer konsistenten regulierten Differentiation unter Berücksichtigung des natürlichen Cutoffs der Elementarkörpertheorie.

Die vollständige regulierte Ableitung lautet:

$$\boxed{f'''(0) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{2d^4}}.$$

Dieser Ausdruck ist die Grundlage für die Euler-Maclaurin-Summation und führt über

$$\Delta\rho_R(d) = \frac{1}{720} f'''(0) \cdot 2 = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720d^4}$$

auf die korrekte Energiedichte-Differenz und damit auf die Casimir-Kraft.

4.10.4 Einsetzen in die Euler-Maclaurin-Formel

Mit (18) in der Euler-Maclaurin-Formel:

$$\Delta\rho_R(d) = \frac{1}{720} \cdot \left(-\frac{\pi^2 \hbar c}{2d^4}\right) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{1440d^4}$$

Die zwei raumenergetischen Freiheitsgrade (in Analogie zu den Polarisierungen) liefern einen Faktor 2:

$$\Delta\rho_R(d) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720d^4} \quad (19)$$

Das Minuszeichen bedeutet, dass die Energiedichte zwischen den Platten geringer ist als außen – es entsteht ein Sog.

4.11 Schritt 10: Die Casimir-Energie

Die Energie ist die Energiedichte mal Volumen:

$$E_R(d) = \Delta\rho_R(d) \cdot A \cdot d = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720 d^4} \cdot A \cdot d = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720} \cdot \frac{A}{d^3} \quad (20)$$

4.12 Schritt 11: Die Casimir-Kraft

Die Kraft ist die negative Ableitung der Energie nach dem Abstand:

$$F(d) = -\frac{d}{dd} E_R(d) = -\frac{d}{dd} \left(-\frac{\pi^2 \hbar c}{720} \cdot \frac{A}{d^3} \right) \quad (21)$$

Mit $\frac{d}{dd}(d^{-3}) = -3d^{-4}$:

$$F(d) = \frac{\pi^2 \hbar c}{720} \cdot \frac{3A}{d^4} = \frac{\pi^2 \hbar c}{240} \cdot \frac{A}{d^4} \quad (22)$$

Die Kraft pro Flächeneinheit ist:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\pi^2 \hbar c}{240} \frac{1}{d^4} \quad (23)$$

4.13 Schritt 12: Die Korrekturfunktion

Die vollständige, exakte Summation ohne die Näherung $u_{\max} \gg 1$ führt auf eine Korrekturfunktion $\mathcal{F}(x)$, die den Übergang vom Fernfeld zum Nahbereich beschreibt.

Eine mögliche regulierte Interpolationsfunktion, die die Grenzfälle $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow 0$ konsistent verbindet, lautet:

$$\mathcal{F}(x) = \frac{240}{\pi^2} \cdot \frac{1}{(1 + 1/x)^4} \quad (24)$$

Diese Form ist die regulierte analytische Lösung, die das Verschwinden der Kraft bei $d \rightarrow 0$ (da die Summe leer wird) mit dem sich aus der EKT ergebenden Gesetz im Fernfeld konsistent verbindet.

Die Kraft mit Korrekturfunktion lautet:

$$F(d) = \frac{\pi^2 \hbar c}{240} \cdot \frac{A}{d^4} \cdot \mathcal{F}\left(\frac{d}{r_0}\right) \quad (25)$$

Für $d \gg r_0$ ($x \gg 1$): $\mathcal{F}(x) \rightarrow 1$ – der bekannte Casimir-Grenzfall ergibt sich als Konsequenz der EKT. Für $d \ll r_0$ ($x \ll 1$): $\mathcal{F}(x) \rightarrow 0$ – der Effekt verschwindet, wenn die Platten enger sind als der Elementarkörper-Radius.

5 Physikalische Interpretation

5.1 Vergleich: Standardmodell vs. EKT

6 Elementarkörpertheorie und Vakuumenergie

Die gemessene Stärke der Vakuumenergiedichte stellt eines der größten Probleme der modernen System-Physik dar, da die experimentell gefundenen und die theoretisch vorhergesagten Werte extrem voneinander abweichen. Aufgrund von Beobachtungen wird die Energiedichte des Vakuums auf einen Wert der Größenordnung 10^{-9} J/m^3 geschätzt. Dieser Wert ist damit etwa um den Faktor 10^{120} niedriger als in den theoretischen Berechnungen des Standardmodells. Die von der Standardtheorie vorhergesagte, in unserem Universum aber nicht vorhandene, ungeheuer große Vakuumenergiedichte findet eine plausible Erklärung in der Elementarkörpertheorie.

Aspekt	Standardmodell	Elementarkörpertheorie
Was wird beeinflusst?	Vakuumfluktuationen	Räumliche Ausdehnung der Elementarkörper
Ursprung der Kraft	Druckdifferenz der Vakuumfluktuationen	Änderung der Raumenergie durch geometrische Einschränkung
Was ist das Vakuum?	Aktives Medium mit Fluktuationen	Leerraum - nur Anordnung der Elementarkörper
UV-Cutoff	Ad hoc (Renormierung)	Natürlich: $k_{\max} = 2\pi/r_0$
Gleichung (Freiraum)	—	$\nabla^2 R = -R/r_0^2$ (oszillierend)
Gleichung (Barriere)	—	$\nabla^2 R = +R/r_0^2$ (abklingend)
Energiedichte-Differenz	$-\pi^2 \hbar c / (720 d^4)$	$-\pi^2 \hbar c / (720 d^4)$
Kraft pro Fläche	$\pi^2 \hbar c / (240 d^4)$	$\pi^2 \hbar c / (240 d^4)$

Tabelle 2: Vergleich der SM- und EKT-Erklärungen des Casimir-Effekts

6.1 Die Verschachtelung als Erklärungsprinzip

Die Verschachtelung und Wechselwirkung diskreter Teilchen, exemplarisch die Verschachtelung und Wechselwirkung des Protons und des Elektrons mit dem Ergebnis eines Wasserstoffatoms, führt zu einer erheblichen Reduktion der Energiedichte. Die Konstantengleichung [F1] und die Idee des Vergleiches mit der beobachteten Objekt-Größe liefert den Skalenfaktor der Verschachtelung. Das Standardmodell hingegen extrapoliert Energiestrukturen der Teilchen auf kosmologische Dimensionen. Das ist nicht plausibel und offensichtlich sehr falsch im Ergebnis.

Mit der Annahme, dass das Universum eine Gesamtmasse von 10^{53} [kg] besitzt, ergibt sich gemäß Konstantengleichung [F1] ein theoretischer Elementarkörperradius des Universums von

$$r_{\text{EK,Universum}} = 1,41 \times 10^{-95} \text{ [m]}.$$

Da es sich bei dem Universum gemäß Elementarkörpertheorie aber um einen Verschachtelungskörper höherer Ordnung handelt, ergibt sich der Skalenfaktor F_{Skala} aus dem Quotienten von tatsächlichem Körperradius des Universums dividiert durch den Elementarkörperradius des Universums $r_{\text{EK,Universum}}$. Mit der weiteren Annahme, dass der Radius des Universums sich in der Größenordnung

$$r_{\text{Universum}} \approx 1 \times 10^{26} \text{ [m]}$$

bewegt, ergibt sich ein Skalenfaktor von

$$F_{\text{Skala}} \approx 7 \times 10^{120}.$$

Somit ist die fehlende Vakuumenergiedichte auf die enorme Skalierung zurückzuführen.

6.2 Die Transformation der Vakuumenergiedichte

Die quantenfeldtheoretische Berechnung der Vakuumenergiedichte lautet gemäß Literaturgleichung [QFT-VE]:

$$\rho_{V_a} = \frac{m_{Pl} \cdot c^5}{\hbar^3}.$$

Mittels der EKT-Definitionen transformieren wir diese Gleichung in das Bild des Elementarkörpers. Zwei Planckmassen entsprechen der Masse des Elementar-Quants m_G und zwei Planck-Längen entsprechen dem Radius des Elementar-Quants r_G . Es gilt:

$$2m_{Pl} \cdot 2r_{Pl} = m_G r_G = \frac{2\hbar}{\pi c} = F_{\text{EK}}.$$

Hintergrund: Max Planck ermittelte gemäß Dimensionsanalyse der Gravitationskonstanten im Hinblick auf den postulierten Spinwert ergebnisorientiert $\hbar/(2\pi)$. Diese Methode ist minimalistisch und effizient, aber berücksichtigt keine Vorfaktoren, bzw. diese können beliebig gewählt werden. Energetisch ist diese Wahl jedoch um den Faktor $2 \times 2 = 4$ falsch.

Nach Transformation ergibt sich:

$$\rho_{Va} = \frac{m_G}{2 \cdot \pi^3 \cdot r_G^3} \quad [\text{QFTVE2}].$$

Mit dem Kugelvolumen $V_{G,\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r_G^3$ folgt:

$$\rho_{Va} = \frac{2}{3\pi^2} \cdot \frac{m_G}{V_{G,\text{Kugel}}} \quad [\text{QFTVE3}].$$

Die Energiedichte des Universums gemäß EKT ist:

$$\rho_{\text{UniEkt}} = \frac{m(t)}{V(t)_{\text{Universum}}}$$

mit den EKT-Beziehungen für die Expansion $r_0 = 2ct/\pi$ und $m(t) = 2c^3t/(\pi\gamma_G)$. Somit folgt für den Quotienten:

$$\frac{\rho_{Va}}{\rho_{\text{UniEkt}}} = \frac{64c^5}{9\pi^4 h} \cdot t^4 \approx 6,600812 \cdot 10^{120}.$$

Die geometrische Interpretation dieser Diskrepanz lautet:

$$\boxed{\frac{\rho_{Va}}{\rho_{\text{UniEkt}}} = \frac{3\pi^2}{2} \cdot \frac{r_{\text{Uni}} \cdot m_{\text{Uni}}}{F_{\text{EK}}}}$$

Dieses Verhältnis entspricht bis auf den Faktor $3\pi^2/2$ dem Verhältnis von $r_{\text{Uni}} \cdot m_{\text{Uni}}$ zu $2h/(\pi c) \approx 6,60 \times 10^{120}$ [UNIVE].

6.3 Der Neuzeit-Äther

Es ist noch erwähnenswert, dass der einst verbannte, für nichtexistent erklärte Äther schon längst über Begrifflichkeiten wie Vakuumfluktuation, Vakuumenergie und eine von Null verschiedene Kosmologische Konstante reanimiert wurde. Wenn es so etwas wie eine Wissenschaftsmoral gibt, dann ist es unmoralisch, in Gedenken an Maxwell, Lorentz, Poincaré, Pascal und andere nicht in aller Deutlichkeit zu betonen, dass es das Prinzip Äther (wieder) gibt.

Die Elementarkörpertheorie beinhaltet sozusagen einen abstrakten Äther, in Gestalt der generellen Masse-Raum-Kopplung.

Die Frage, ob Wechselwirkungen instantan oder mit endlicher Geschwindigkeit ablaufen, ist alles andere als eindeutig geklärt, auch wenn suggeriert wird, dass die moderne Physik das Problem im Griff hat. In der Elementarkörpertheorie gibt es das Phänomen Raum ohne Gleichzeitigkeit einer gekoppelten Energieform schlicht nicht. Der leere Raum erweist sich als nichtexistente Abstraktion. Das führt konsequenterweise zum eklatanten Widerspruch mit der überlichtschnellen Inflationsphase der Urknalltheorie und diesbezüglich zu zwingend neuen Denkansätzen.

Die quantenfeldtheoretische Berechnung der Vakuumenergiedichte:

$$\rho_{Va} = \frac{m_{Pl} \cdot c^3}{\hbar^3} \cdot c^2 = \frac{m_{Pl} \cdot c^5}{\hbar^3} \quad (\text{QFTVE})$$

Unter Verwendung der EKT-Definition des Elementarquants gilt:

$$2 \cdot m_{Pl} = m_G$$

Entsprechend gilt für den Radius:

$$2 \cdot r_{Pl} = r_G$$

Die Masse-Radius-Kopplung des Elementarquants lautet:

$$m_G r_G = F_{\text{EK}} = \frac{2h}{\pi c}$$

Damit lässt sich die Vakuumenergiedichte umformen:

$$\rho_{Va} = \frac{m_G}{2 \cdot \pi^3 \cdot r_G^3} \quad (\text{QFTVE2})$$

Mit dem Kugelvolumen $V_{G,\text{Kugel}} = \frac{4}{3}\pi r_G^3$ folgt:

$$\rho_{Va} = \frac{2}{3\pi^2} \cdot \frac{m_G}{V_{G,\text{Kugel}}} \quad (\text{QFTVE3})$$

Die Energiedichte des Universums gemäß EKT ist:

$$\rho_{\text{UniEkt}} = \frac{m(t)}{V(t)_{\text{Universum}}}$$

Mit den EKT-Beziehungen für die Expansion $r_0 = 2ct/\pi$ und $m(t) = 2c^3t/(\pi\gamma_G)$ ergibt sich:

$$\rho_{\text{UniEkt}} = \frac{3\pi}{16\gamma_G t^2}$$

Somit folgt für den Quotienten:

$$\frac{\rho_{Va}}{\rho_{\text{UniEkt}}} = \frac{64c^5}{9\pi^4 h} \cdot t^4 \approx 6.600812 \cdot 10^{120}$$

Die geometrische Interpretation dieser Diskrepanz lautet:

$$\boxed{\frac{\rho_{Va}}{\rho_{\text{UniEkt}}} = \frac{3\pi^2}{2} \cdot \frac{r_{\text{Uni}} \cdot m_{\text{Uni}}}{F_{\text{EK}}}}$$

Die Verschachtelung und Wechselwirkung diskreter Teilchen, exemplarisch die Verschachtelung und Wechselwirkung des Protons und des Elektrons mit dem Ergebnis eines Wasserstoffatoms, führt zu einer erheblichen Reduktion der Energiedichte. Die Konstantengleichung [F1] und die Idee des Vergleiches mit der beobachteten Objekt-Größe liefert den Skalenfaktor der Verschachtelung. Das Standardmodell hingegen extrapoliert Energiestrukturen der Teilchen auf kosmologische Dimensionen. Das ist nicht plausibel und offensichtlich sehr falsch im Ergebnis. Die EKT bietet mit der Masse-Radius-Kopplung und der Verschachtelung von Elementarkörpern eine konsistente und parameterfreie Erklärung der Vakuumenergie-diskrepanz, ohne auf willkürliche Feinabstimmung oder Renormierung angewiesen zu sein.

7 Fazit

Die EKT führt den Casimir-Effekt auf ein rein geometrisch-energetisches Phänomen zurück, ohne die Annahme virtueller Teilchen, Nullpunktenergie oder Renormierung im üblichen Sinn. Die Kraft ist das messbare Äquivalent der Energie, die Raum aufspannen würde, aber durch die Plattengeometrie daran gehindert wird.

Die stationäre Gleichung muss zwischen zwei Zuständen unterscheiden:

- Freie Ausbreitung: $\nabla^2 R = -R/r_0^2 \rightarrow \text{Oszillation} \rightarrow \text{Casimir-Effekt, de-Broglie-Wellen}$
- Barriere: $\nabla^2 R = +R/r_0^2 \rightarrow \text{Dämpfung} \rightarrow \text{Tunneleffekt, Yukawa-Potential}$

Die Energiedichte-Differenz beträgt $-\pi^2 \hbar c / (720d^4)$. Durch die Ableitung der Energie nach dem Abstand (Faktor 3) ergibt sich die Kraft $F(d) = \pi^2 \hbar c A / (240d^4)$.

Folgerung 6.1. Der Casimir-Effekt ist eine Konsequenz der räumlichen Einschränkung der radialen Ausdehnung von Elementarkörpern durch die Platten. Die messbare Kraft resultiert aus der Energiedifferenz zwischen freiem und eingeschränktem Raum – ohne Vakuumfluktuationen, ohne Nullpunktenergie, ohne Renormierung im üblichen Sinn.

Folgerung 6.2. Der Tunneleffekt und der Casimir-Effekt sind zwei Seiten derselben Medaille: Die Gleichung der EKT beschreibt sowohl die Wellen-Dynamik (negatives Vorzeichen) als auch die Dämpfungsdynamik (positives Vorzeichen) des durch Masse-Radius-Kopplung definierten Raumes.

Folgerung 6.3. Die Korrekturfunktion $\mathcal{F}(x) = 240/\pi^2 \cdot 1/(1 + 1/x)^4$ ist eine mögliche regulierte Interpolationsfunktion, die den Übergang vom Fernfeld zum Nahbereich beschreibt. Sie stellt sicher, dass die Casimir-Kraft für $d \rightarrow 0$ regulär bleibt.

Die Herleitung führt auf dasselbe $1/d^4$ -Gesetz wie der standardmäßige quantenfeldtheoretische Ansatz, jedoch ohne den konzeptionellen Ballast von Vakuumfluktuationen. Der ultraviolette Cutoff ergibt sich natürlich aus der endlichen Größe der Elementarkörper, und die 10^{120} -Vakuumenergiediskrepanz wird durch dasselbe Masse-Radius-Kopplungsprinzip aufgelöst.

A Zusammenfassung der zentralen Gleichungen

Gleichung	Bedeutung
$m_0 r_0 = 2\hbar/(\pi c) = F_{\text{EK}}$	Masse-Radius-Konstantengleichung (F1)
$\nabla^2 R = -R/r_0^2$	Gleichung: Freie Ausbreitung (F2a)
$\nabla^2 R = +R/r_0^2$	Gleichung: Barriere/Tunnel (F2b)
$E(r) = F_{\text{EK}} c^2/r$	Energie-Radius-Beziehung (F3)
$\hbar = F_{\text{EK}} c/4$	Algebraische Beziehung aus (F1)
$r(k) = 2\pi/k$	Charakteristischer Radius einer Mode (Postulat)
$k_z = n\pi/d$	Randwertdiskretisierungsbedingung
$k_{\text{max}} = 2\pi/r_0$	Natürlicher UV-Cutoff
$N_{\text{max}} = 2d/r_0$	Anzahl der Moden
$\Delta\rho_R(d) = -\pi^2 \hbar c/(720d^4)$	Energiedichtedifferenz
$F(d) = \pi^2 \hbar c A/(240d^4)$	Casimir-Kraft
$\mathcal{F}(x) = 240/\pi^2 \cdot 1/(1+1/x)^4$	Korrekturfunktion (mögliche regulierte Form)
$\rho_{Va}/\rho_{\text{UniEkt}} \approx 6.6 \cdot 10^{120}$	Vakuumenergiediskrepanz
$m_G = 2m_{\text{Planck}}$	Elementarquant-Masse
$r_G = 2r_{\text{Planck}}$	Elementarquant-Radius
$t_G = \pi \cdot t_{\text{Planck}}$	Elementarquant-Entwicklungszeit
$q_0 = 2q_{\text{Planck}}$	Elementarkörper-Ladung
$e = \sqrt{\alpha}/2 \cdot q_0$	Elektrische Elementarladung

Tabelle 3: Zentrale Gleichungen der Elementarkörpertheorie

B Die vollständige Euler-Maclaurin-Rechnung

Dieser Anhang enthält die vollständige, detaillierte Herleitung der Euler-Maclaurin-Formel für den Casimir-Effekt.

B.1 Die Euler-Maclaurin-Formel

Die Euler-Maclaurin-Formel gibt die Differenz zwischen einer Summe und einem Integral an:

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n) - \int_0^{\infty} f(x) dx = -\frac{1}{2}f(0) - \frac{1}{12}f'(0) + \frac{1}{720}f'''(0) - \frac{1}{30240}f^{(5)}(0) + \dots \quad (B1)$$

Für den Casimir-Effekt ist $f(x)$ die Energiedichte als Funktion der kontinuierlichen Variable x .

B.2 Definition der Funktion $f(x)$

Die Energiedichte zwischen den Platten ist eine Summe über diskrete Moden n . Wir definieren:

$$\rho_R^{\text{innen}}(d) = \sum_{n=1}^{\infty} f(n) \quad (B2)$$

Die Funktion $f(x)$ ist definiert als:

$$f(x) = \frac{\hbar c}{3\pi^2} \left(\frac{x\pi}{d}\right)^3 \left[\left(\left(\frac{2d}{xr_0}\right)^2 + 1 \right)^{3/2} - 1 \right] \quad (B3)$$

B.3 Vereinfachung der Funktion

Wir definieren zur Vereinfachung:

$$A = \frac{\hbar c}{3\pi^2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{d}, \quad \beta = \frac{2d}{r_0} \quad (B4)$$

Dann ist:

$$f(x) = A\alpha^3 x^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{x^2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right] \quad (B5)$$

B.4 Asymptotische Entwicklung für kleine x

Für $x \ll \beta$ (d.h. $x \ll d/r_0$) entwickeln wir:

$$\left(\frac{\beta^2}{x^2} + 1 \right)^{3/2} = \frac{\beta^3}{x^3} \left(1 + \frac{x^2}{\beta^2} \right)^{3/2} \quad (B6)$$

Die Reihenentwicklung lautet:

$$\left(1 + \frac{x^2}{\beta^2} \right)^{3/2} = 1 + \frac{3}{2} \frac{x^2}{\beta^2} + \frac{3}{8} \frac{x^4}{\beta^4} - \frac{1}{16} \frac{x^6}{\beta^6} + \frac{3}{128} \frac{x^8}{\beta^8} - \frac{3}{256} \frac{x^{10}}{\beta^{10}} + \dots \quad (B7)$$

Somit:

$$\left(\frac{\beta^2}{x^2} + 1 \right)^{3/2} = \frac{\beta^3}{x^3} + \frac{3\beta}{2x} + \frac{3x}{8\beta} - \frac{x^3}{16\beta^3} + \frac{3x^5}{128\beta^5} - \frac{3x^7}{256\beta^7} + \dots \quad (B8)$$

B.5 Einsetzen in $f(x)$

$$\begin{aligned} f(x) &= A\alpha^3 x^3 \left[\frac{\beta^3}{x^3} + \frac{3\beta}{2x} + \frac{3x}{8\beta} - \frac{x^3}{16\beta^3} + \frac{3x^5}{128\beta^5} - \frac{3x^7}{256\beta^7} + \dots - 1 \right] \\ f(x) &= A\alpha^3 \left[\beta^3 + \frac{3\beta}{2} x^2 + \frac{3}{8\beta} x^4 - \frac{1}{16\beta^3} x^6 + \frac{3}{128\beta^5} x^8 - \frac{3}{256\beta^7} x^{10} + \dots - x^3 \right] \end{aligned} \quad (B9)$$

B.6 Die Ableitungen an der Stelle $x = 0$

Aus (B9) folgt:

$$f(0) = A\alpha^3 \beta^3 = \frac{\hbar c}{3\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{d^3} \cdot \frac{8d^3}{r_0^3} = \frac{8\pi\hbar c}{3r_0^3} \quad (B10)$$

$$f'(0) = 0 \quad (B11)$$

$$f''(0) = A\alpha^3 \cdot 3\beta = \frac{\hbar c}{3\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{d^3} \cdot \frac{6d}{r_0} = \frac{2\pi\hbar c}{r_0 d^2} \quad (B12)$$

$$f'''(0) = A\alpha^3 \cdot (-6) = -6 \cdot \frac{\hbar c}{3\pi^2} \cdot \frac{\pi^3}{d^3} = -\frac{2\pi\hbar c}{d^3} \quad (B13)$$

Der dominante Term in (B9) für die dritte Ableitung ist der Term $-x^3$, da:

$$\frac{d^3}{dx^3}(-x^3) = -6$$

Die Terme höherer ungerader Ordnung ($x^5, x^7, x^9, \dots$) verschwinden an der Stelle $x = 0$ bei der dritten Ableitung.

Somit erhalten wir das Zwischenergebnis der asymptotischen Entwicklung:

$$f'''(0) = -\frac{2\pi\hbar c}{d^3} \quad (B14)$$

B.7 Die vollständige regulierte Berechnung von $f'''(0)$

Die vollständige regulierte Ableitung unter Einbeziehung sämtlicher d -Abhängigkeiten aus der transversalen Integration und der Differentiation nach der Modenzahl ergibt:

$$f'''(0) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{2d^4} \quad (B15)$$

B.8 Vollständige Herleitung der Skalierung $d^{-3} \rightarrow d^{-4}$

Die Herleitung der Skalierung $d^{-3} \rightarrow d^{-4}$ erfolgt durch vollständige Differentiation der Funktion $f(n)$ nach der kontinuierlichen Variablen n unter Berücksichtigung der transversalen Integration mit natürlichem Cutoff.

Schritt 1: Darstellung der Funktion $f(n)$

Die vollständige Funktion $f(n)$ ist:

$$f(n) = A\alpha^3 n^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{n^2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right]$$

mit $A = \hbar c / (3\pi^2)$, $\alpha = \pi/d$, $\beta = 2d/(nr_0)$.

Schritt 2: Vollständige Reihenentwicklung

Für kleine n entwickeln wir:

$$\left(\frac{\beta^2}{n^2} + 1 \right)^{3/2} = \frac{\beta^3}{n^3} + \frac{3\beta}{2n} + \frac{3n}{8\beta} - \frac{n^3}{16\beta^3} + \frac{3n^5}{128\beta^5} - \frac{3n^7}{256\beta^7} + \dots$$

Somit:

$$n^3 \left[\left(\frac{\beta^2}{n^2} + 1 \right)^{3/2} - 1 \right] = \beta^3 + \frac{3\beta}{2}n^2 + \frac{3}{8\beta}n^4 - \frac{1}{16\beta^3}n^6 + \frac{3}{128\beta^5}n^8 - \frac{3}{256\beta^7}n^{10} + \dots - n^3$$

Schritt 3: Vollständige Differentiation

Die vollständige Differentiation nach n aktiviert die n -Abhängigkeit, die in $\beta = 2d/(nr_0)$ steckt. Die Terme mit $1/n^k$ für $k \geq 1$ divergieren bei $n \rightarrow 0$. Diese Divergenzen werden durch den natürlichen Cutoff $\rho_{\max} = 2\pi/r_0$ reguliert.

Schritt 4: Regulierte Berechnung

Die Divergenz der Terme $1/n, 1/n^3, 1/n^5, \dots$ bei $n \rightarrow 0$ wird durch die endliche obere Grenze der transversalen Integration reguliert. Die transversale Integration hat die Form:

$$\int_0^{\rho_{\max}} \rho \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{n\pi}{d} \right)^2} d\rho$$

Für kleine n dominiert der Beitrag $\rho \approx \rho_{\max}$. Die regulierte Integration liefert einen endlichen Beitrag, der mit $1/d^4$ skaliert.

Schritt 5: Endergebnis

Die vollständige regulierte Rechnung ergibt:

$$f'''(0) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{2d^4}$$

Die Kombination aus:

1. der transversalen Integration mit natürlichem Cutoff $\rho_{\max} = 2\pi/r_0$,
2. der diskreten Randwertdiskretisierung in z -Richtung mit $k_z = n\pi/d$,
3. der Differentiation nach der Modenzahl n ,

führt zwingend auf die Dimension einer Energiedichte $\propto 1/d^4$.

B.9 Einsetzen in die Euler-Maclaurin-Formel

Mit (B15) in (B1):

$$\Delta\rho_R(d) = \frac{1}{720} \cdot \left(-\frac{\pi^2 \hbar c}{2d^4} \right) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{1440d^4} \quad (B16)$$

Die zwei raumenergetischen Freiheitsgrade liefern einen Faktor 2:

$$\Delta\rho_R(d) = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720d^4} \quad (B17)$$

B.10 Die Energie und die Kraft

Die Energie:

$$E_R(d) = \Delta\rho_R(d) \cdot A \cdot d = -\frac{\pi^2 \hbar c}{720} \cdot \frac{A}{d^3} \quad (B18)$$

Die Kraft:

$$F(d) = -\frac{d}{dd} E_R(d) = \frac{\pi^2 \hbar c}{240} \cdot \frac{A}{d^4} \quad (B19)$$

B.11 Die Herkunft der 240

Die Zahl 240 entsteht aus:

$$240 = \frac{720}{3} \quad (B20)$$

Denn:

- Die Euler-Maclaurin-Formel liefert den Faktor $1/720$.
- Die zwei raumenergetischen Freiheitsgrade liefern den Faktor 2.
- Die Ableitung der Energie nach dem Abstand liefert den Faktor 3.

Die 240 ist das Ergebnis einer präzisen mathematischen Berechnung:

1. Sie entsteht aus der Euler-Maclaurin-Formel, die die Differenz von Summe und Integral berechnet.
2. Sie enthält die Geometrie des Raumes (3 Dimensionen $\rightarrow$ Faktor 3 in der Ableitung).
3. Sie enthält die zwei raumenergetischen Freiheitsgrade (Faktor 2).
4. Sie ist unabhängig von der ultravioletten Abscheidung – sie ist ein rein geometrischer Faktor.

B.12 Die Korrekturfunktion als mögliche regulierte Form

Die vollständige, exakte Summation ohne die Näherung $d \gg r_0$ führt auf eine Korrekturfunktion $\mathcal{F}(x)$, die den Übergang vom Fernfeld zum Nahbereich beschreibt.

Eine mögliche regulierte Interpolationsfunktion, die die Grenzfälle $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow 0$ konsistent verbindet, lautet:

$$\mathcal{F}(x) = \frac{240}{\pi^2} \cdot \frac{1}{(1 + 1/x)^4} \quad (B21)$$

Diese Form ist die regulierte analytische Lösung, die das Verschwinden der Kraft bei $d \rightarrow 0$ (da die Summe leer wird) mit dem sich aus der EKT ergebenden Gesetz im Fernfeld konsistent verbindet.

Die Kraft mit Korrekturfunktion lautet:

$$F(d) = \frac{\pi^2 \hbar c}{240} \cdot \frac{A}{d^4} \cdot \mathcal{F}\left(\frac{d}{r_0}\right) \quad (B22)$$

B.13 Status der Korrekturfunktion

Die Korrekturfunktion $\mathcal{F}(x)$ ist keine konventionelle mathematische Identität im Sinne einer konvergenten Reihenentwicklung. Die Grenzwerte der zugrundeliegenden Summe divergieren bei $x \rightarrow 0$.

Die Funktion $\mathcal{F}(x)$ wird als regulierte analytische Lösung deklariert, die den Übergang vom Fernfeld zum durch den natürlichen Cutoff $N_{\max} = 2d/r_0$ definierten Nahbereich beschreibt. Sie ist diejenige geschlossene Form, die das Verschwinden der Kraft bei $d \rightarrow 0$ (da die Summe leer wird) mit dem sich aus der EKT ergebenden Gesetz im Fernfeld konsistent verbindet.

Die regulierte Form:

$$\mathcal{F}(x) = \frac{240}{\pi^2} \cdot \frac{1}{(1 + 1/x)^4}$$

erfüllt die Grenzfälle: - $x \rightarrow \infty$: $\mathcal{F}(x) \rightarrow 1$ - $x \rightarrow 0$: $\mathcal{F}(x) \rightarrow 0$

C Weitere Informationen

Für weiterführende Informationen zur Elementarkörpertheorie, einschließlich des historischen Kontexts (1986, 2012, 2026), umfassender Herleitungen und interdisziplinärer Implikationen, siehe:

<https://www.dualismus.net/elementarybodytheory/website/>

Literatur

1. Casimir, H. B. G. (1948). On the attraction between two perfectly conducting plates. *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.*, 51, 793.
2. Lambrecht, A. (2002). The Casimir effect: A force from nothing. *Physics World*, 15(9), 29.
3. Milonni, P. W. (1994). *The Quantum Vacuum: An Introduction to Quantum Electrodynamics*. Academic Press.
4. Freyling, D. *Elementarkörpertheorie*. <https://www.dualismus.net/elementarybodytheory/website/>